

module
2

Les fractions simples

Progression des apprentissages dans le module

SÉANCE 1	<ul style="list-style-type: none"> • Vérification des prérequis  • Situation de référence « Les maths en vie » 
SÉANCE 2	<ul style="list-style-type: none"> • Révisions 
SÉANCE 3	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 5 Comprendre la notion d'égalité de fractions 
SÉANCE 4	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 5 
SÉANCE 5	<ul style="list-style-type: none"> • Synthèse  • Retour sur la situation de référence 
SÉANCE 6	<ul style="list-style-type: none"> • Croisements Fractions et calcul, Fractions et aires 
SÉANCE 7	<ul style="list-style-type: none"> • Évaluation sommative 
SÉANCE 8	<ul style="list-style-type: none"> • Problèmes
SÉANCE 9	<ul style="list-style-type: none"> • Rebrassage 

CM1

• En CM1, voici les quatre missions qui sont prévues :

MISSION 1

Partager une unité et nommer une fraction de cette unité

MISSION 2

Lire, écrire, représenter une fraction

MISSION 3

Décomposer des fractions

MISSION 4

Utiliser une droite graduée pour mieux comprendre les fractions

Compétences LSU et BO

Utiliser et représenter les grands nombres entiers, les fractions simples, les nombres décimaux.

- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites.
- Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

- Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.
- Comparer deux fractions de même dénominateur.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Lexique

- **Unité** : grandeur qui sert d'étalon à un partage équitable.
- **Fraction** : la fraction $\frac{b}{a}$ est le nombre manquant de l'équation $a \times ? = b$.
- **Fraction partage** : représentation du nombre fraction sous la forme d'un partage équitable d'une unité.

- **Dénominateur** : c'est le nombre total de parts égales qui partagent l'unité. On l'écrit sous la barre de fraction.
- **Numérateur** : c'est le nombre de parts que l'on sélectionne. On l'écrit au-dessus de la barre de fraction.

Apports didactiques

• La notion de fraction est apparue très tôt. Beaucoup de civilisations l'ont introduite dans leur écriture, à l'instar des Babyloniens ou des Égyptiens.

$$\left\langle \begin{array}{c} \text{|||||} \\ \text{|||||} \end{array} \right\rangle = \frac{15}{60} \quad \begin{array}{c} \text{—} \\ \text{|||} \end{array} = \frac{1}{3}$$

• Par fraction, en début de cycle 3, il faut entendre « **fraction partage** ». Elle sert essentiellement à représenter le partage équitable d'un objet, d'une quantité. Le numérateur représente le nombre de « parts que l'on prend » et le dénominateur « le nombre total de parts égales qui composent l'unité ».

La manipulation de la fraction partage occupe une place importante tant en CM1 qu'en CM2.

• Comme détaillé dans la présentation générale de la numération, la fraction en tant que nombre à part entière sera introduite en fin de cycle 3. Un premier glissement vers ce statut de nombre intervient lors du placement sur une droite graduée et dans l'écriture d'égalités de fractions.

• Rappelons succinctement que l'ensemble des fractions s'appelle les rationnels. C'est l'ensemble des nombres qui contient tous les nombres connus au cycle 3.

• Il convient de veiller à ne pas ancrer une seule représentation de l'unité dans l'esprit des élèves. Il est nécessaire d'en varier la forme, la taille, etc. très tôt, en multipliant les représentations, comme des pizzas, des cakes, des segments, des surfaces carrées, des disques... De même, les fractions supérieures à 1 doivent être abordées très rapidement afin de ne pas associer irrémédiablement la fraction à une quantité inférieure à 1.

• Les fractions simples seront abordées sous la forme $\frac{a}{b}$ mais aussi sous la forme $q + \frac{r}{b}$, où q est un nombre entier et $\frac{r}{b}$ une fraction « résiduelle » inférieure à 1.

Cette décomposition, issue de la division euclidienne de a par b , permettra la lecture et le placement sur la droite graduée, la comparaison de fractions et l'encadrement d'une fraction entre deux nombres entiers consécutifs.

Difficultés rencontrées par les élèves

1 Interprétation erronée de la barre de fraction : la barre est considérée comme un séparateur entre deux entiers. Ainsi des erreurs peuvent apparaître :

• dans la comparaison de fractions :

→ $\frac{3}{5}$ est confondu avec $\frac{5}{3}$ puisque 3 et 5 sont présents dans les deux fractions.

→ l'élève peut penser que $\frac{3}{5} < \frac{5}{9}$ car $3 < 5$ et $5 < 9$.

• dans le calcul avec des nombres en écriture fractionnaire (mimé sur celui avec des écritures décimales) :

→ $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ est confondu avec $\frac{2}{8}$ puisque $1 + 1 = 2$ et $4 + 4 = 8$.

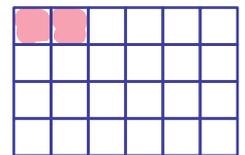
2 Difficulté à concevoir et à représenter une fraction > 1 .

→ $\frac{5}{3}$ est interprété comme $\frac{5}{6}$.



3 Difficulté à identifier l'unité, une partie, le nombre total de parts : c'est souvent le cas lors de fractions supérieures à 1 (exemple ci-dessus).

Cette difficulté est également en jeu lors de la représentation erronée de $\frac{2}{8}$ ci-contre.



4 Difficulté à concevoir qu'un nombre rationnel possède une infinité d'écritures fractionnaires et/ou de représentations.

→ Ces quatre représentations peuvent être associées à des fractions différentes car elles ne représentent pas pour l'élève la « même quantité ».



AUTOÉVALUATION, SITUATION DE RÉFÉRENCE



DURÉE

45 min

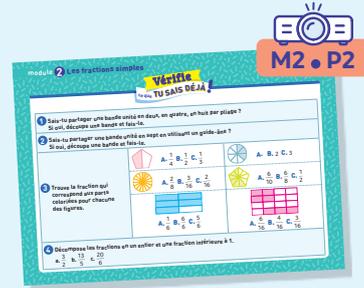


MATÉRIEL

► Guide-âne

COMPÉTENCES

- Chercher
- Raisonner
- Communiquer



Autoévaluation



10 min Autoévaluation formative, autocorrection

Exercices 1 et 2 : réaliser un partage équitable par pliage puis avec le guide-âne.

Exercice 3 : écrire une fraction représentée.

Exercice 4 : placer une fraction sur une droite graduée.

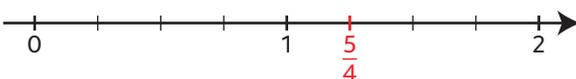
Exercice 5 : décomposer une fraction.



10 min Remédiation ou Défi

Avant de commencer les exercices de remédiation, les élèves sont invités à relire les pages bilans CM1 correspondant à leurs besoins : les pages concernant la représentation et la décomposition des fractions ainsi que celles sur le repérage sur une droite graduée. La vidéo sur l'utilisation du guide-âne est aussi proposée, puis des exercices similaires aux prérequis.

Défi : on demande aux élèves de trouver différentes façons de représenter une fraction supérieure à 1. Cela a été abordé lors de l'évaluation des prérequis mais l'élève doit ici en mobiliser un maximum pour une seule fraction.



Situations de référence



Organisation

Deux situations sont proposées dans le manuel CM1-CM2 ; elles sont communes au CM1 et au CM2. Vous pouvez ainsi vous organiser avec les autres enseignants qui utilisent la méthode : une année, tous les élèves de CM1 et CM2 font la situation 1 par exemple, l'année d'après, tous les élèves font la situation 2. Ainsi, les élèves feront deux situations de référence différentes s'ils ont la même méthode deux années de suite.

1 Apprentis jardiniers



5 min Appropriation collective de la situation

« De quoi parle-t-on ?
Que devons-nous chercher à faire ? »

Il faut savoir si c'est possible de cultiver $\frac{9}{12}$ du jardin avec des choux et $\frac{1}{4}$ avec des navets.

Il faut ensuite essayer de trouver une autre solution pour partager le terrain pour que ce soit plus simple, qu'il y ait moins de petits morceaux de parcelles.



Les élèves réalisent d'abord le partage en douzièmes du terrain afin d'en représenter les $\frac{9}{12}$.

Les acquis de CM1 doivent leur permettre cette manipulation, en appui sur des carreaux ou sur le guide-âne. Ils devront alors choisir la surface rectangulaire qui correspondra le mieux (1×12 ou 2×6 ou 3×4 serait intéressant).

On réinvestit ici la représentation d'une fraction.

La portion restante, $\frac{3}{12}$, n'est pas naturellement égale à $\frac{1}{4}$ pour beaucoup. **Comprendre la notion d'égalité de**

fractions devient nécessaire pour « simplifier » le

partage afin d'obtenir $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$ à la place du partage $\frac{9}{12}$ et $\frac{1}{4}$.



Analyse collective et explicitation des apprentissages à venir

L'enseignant-e revient sur les stratégies utilisées pour partager en douzièmes. Il guide les élèves dans la formulation de la difficulté rencontrée :

« la partie restante est $\frac{3}{12}$ alors qu'on en attend $\frac{1}{4}$ » et

projette les élèves vers l'écriture de cette égalité, en appui parfois sur certains élèves qui auront fait le lien, mais pas de façon formelle.

2 Apprentis couturiers

La situation des couturiers est semblable à celle des jardiniers.

Le devant du sac est partagé en $\frac{9}{12}$ et $\frac{1}{4}$, et l'arrière en $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$.



Aide / différenciation

Afin de débiter la réflexion, on peut **fournir une représentation déjà préparée du terrain** sous forme de rectangle avec carreaux ou pas et/ou aux dimensions choisies ou pas suivant le degré de difficulté souhaité. De la même façon, on peut fournir **une représentation des deux faces du sac**. On peut aussi proposer de représenter les différents découpages sur du calque pour superposer les couches et mieux visualiser la complémentarité ou l'égalité des fractions.

RÉVISIONS

- En CM1, les élèves ont pu **partager une unité et nommer une fraction de cette unité** (mission 1), **lire, écrire, représenter et décomposer une fraction** (missions 2 et 3) et **utiliser une droite graduée pour mieux comprendre les fractions** (mission 4).
- Afin de réviser ces savoirs, en vue d'aborder la notion d'égalité de fractions, il sera possible de proposer quelques exercices au choix (de 1 à 41 du manuel, pages 24 à 28) afin de revoir les connaissances relatives aux fractions simples et notamment :
 - les exercices 4 et/ou 15 à 17 (difficulté 2) consistant à désigner une part coloriée sous la forme d'une fraction ;

- les exercices 25 et 26 (difficultés 1 et 2) amenant les élèves à travailler sur des fractions supérieures à 1 ;
- les exercices 30 à 34 (difficultés 1 à 3) visant à placer des fractions sur une droite graduée.
- Si besoin, on pourra reprendre en introduction une activité s'appuyant sur des bandes à plier en 2, en 3, en 4... en demandant aux élèves de réaliser par pliage toutes les fractions possibles à partir de leur bande. Par équipe de deux, à l'aide de pliages différents, on pourra demander aux élèves de comparer leurs fractions en s'appuyant sur leurs pliages et de déterminer d'éventuelles égalités de fractions que l'on collectera collectivement.

MISSION 5

Comprendre la notion d'égalité de fractions



DURÉE

45 min

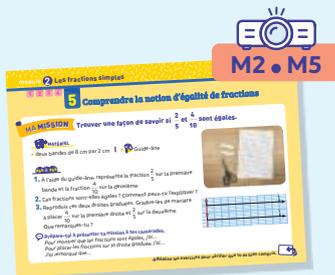


MATÉRIEL

- ▶ 2 bandes de 8 cm par 2 cm
- ▶ Guide-âne

COMPÉTENCES

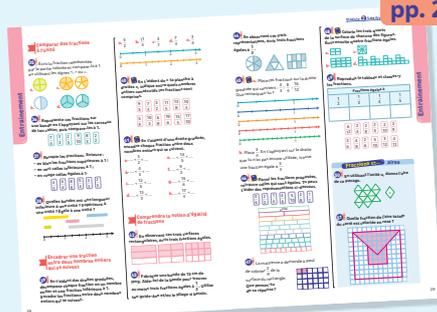
- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer



https://ecole.nathan.fr/video_guide_ane



pp. 28-29



OBJECTIF

- Montrer que deux fractions différentes peuvent être égales en utilisant des bandes puis des droites graduées.

PRINCIPE DE LA MISSION

- En plus de permettre le rebrassage des acquis antérieurs tels que la fraction partage et le repérage sur une droite graduée, la mission consiste à **prouver que plusieurs fractions peuvent désigner le même nombre et que des fractions peuvent être égales**. On aborde la notion par deux entrées complémentaires : la représentation à partir d'une bande-unité et le repérage sur une droite graduée. Les deux entrées fonctionnent par « superposition » : on comprend qu'en cas d'égalité, le repère demeure identique. C'est un pas de plus vers le nombre fraction abordé en 6^e.



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils ont compris :

- « De quel matériel disposez-vous ?
- « Pourquoi y a-t-il 2 bandes ? À quoi vont-elles servir ?
- « Pourquoi a-t-on besoin d'un guide-âne ?
- « Que devez-vous faire ?

L'enseignant-e conclut :

- « Lors de cette mission, vous allez comparer 2 fractions pour savoir si elles sont égales à l'aide de bandes de papier puis de droites graduées.

Avant de démarrer la mission, il est possible de visionner la vidéo sur l'utilisation du guide-âne, qui se trouve sur le site compagnon.



15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

Dans un premier temps, les élèves retrouvent la manipulation abordée dès la découverte des fractions en CM1 : la représentation d'une fraction à l'aide d'une bande-unité. C'est ainsi, en mesurant des objets environnants, qu'ils ont découvert la fraction partage. Pour représenter les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$,

ils sont invités à utiliser le guide-âne.

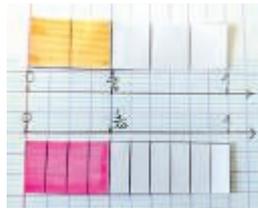
Dans un second temps, ils réinvestissent le repérage d'une fraction sur une droite graduée. L'unité choisie ici est 10 carreaux afin de faciliter le partage en 5^e et 10^e.

Les repères ainsi obtenus pour les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont alignés verticalement, ce qui permet de constater de manière plus théorique l'égalité de fractions.



Mise en commun et trace écrite provisoire

Lors de la mise en commun, on peut établir le parallèle entre la représentation en bandes-unité et celle sur la droite graduée.



L'unité choisie est volontairement identique et permet donc ce lien.

L'enseignant-e insiste sur le fait que les représentations montrent l'égalité des deux fractions et que l'on peut donc écrire $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$.

On conclut que $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont deux nombres égaux.



Réponses possibles

Pour montrer que les fractions sont égales, j'ai **représenté les fractions sur les bandes-unité** : j'ai partagé la première bande en 5 parts égales et

j'en ai colorié 2 parts puis j'ai partagé la seconde en 10 parts et j'en ai colorié 4.

Pour placer les fractions sur la droite graduée, j'ai gradué la première en cinquièmes puis j'ai placé $\frac{2}{5}$ et la seconde en dixièmes et j'ai placé $\frac{4}{10}$.

J'ai remarqué que **dans les deux cas, le repère est identique. On trouve la même longueur de bande et on arrive au même repère sur la droite.**

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 5

- Deux fractions peuvent être égales et avoir une écriture différente.
- Pour montrer que deux fractions sont égales (ou non), je peux les représenter sur une bande-unité ou utiliser une droite graduée.



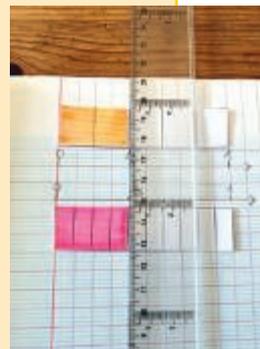
Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés Sélection d'exercices du manuel
Exercice 1 : cet exercice permet de savoir si l'élève a compris que deux fractions différentes peuvent être égales en s'aidant d'une représentation sur une surface rectangulaire.	« L'élève est-il capable d'expliquer que deux fractions sont égales en s'aidant d'une représentation ? »	Exercices 42 - 44 - 48 pp. 28-29
Exercice 2 : cet exercice permet de savoir si l'élève sait associer deux fractions égales en s'aidant des représentations sur une même unité (ici, le disque).	« L'élève est-il capable d'associer deux fractions égales représentées sous une même forme ? »	Exercices 43 - 46 - 47 pp. 28-29
Exercice 3 : cet exercice permet de savoir si l'élève sait associer deux fractions égales en s'aidant des droites graduées. Cette représentation de la fraction est davantage portée vers l'abstraction.	« L'élève est-il capable de se servir d'une droite graduée pour déterminer des fractions égales ? »	Exercice 45 p. 29
Pour aller plus loin	« L'élève est-il capable d'écrire une égalité de fractions sans passer par l'une de ses représentations ? »	Exercice 49 p. 29



Aide / différenciation

Pour vérifier que les repères sont alignés, certains élèves peuvent avoir besoin d'une **règle** afin de mieux visualiser les graduations. D'autre part, **la bande-unité choisie, 8 cm, correspond à 10 carreaux Seyes**, ce qui peut permettre son utilisation pour graduer la droite sur le cahier.



SYNTHÈSE, RETOUR SUR LA SITUATION DE RÉFÉRENCE

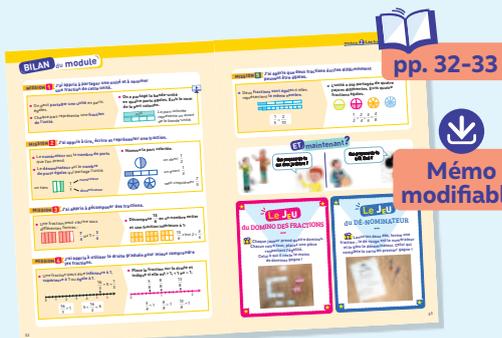


DURÉE
30 min



MATÉRIEL
► Guide-âne

COMPÉTENCES
► Raisonner
► Communiquer



pp. 32-33



Mémorable modifiable

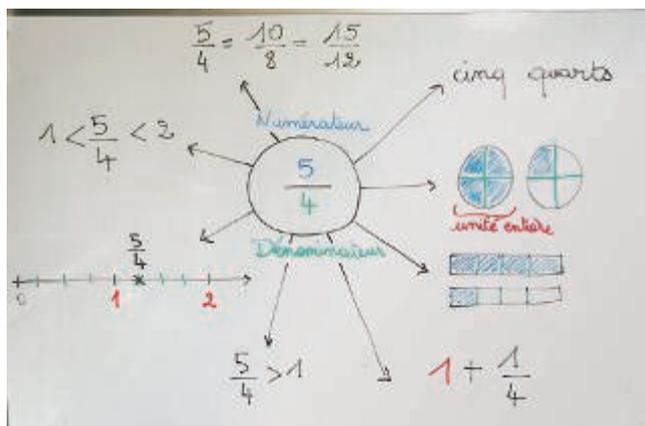


pp. 22-23

15 min

Retour sur les traces écrites provisoires des missions

Les élèves échangent sur leurs acquis du module : plusieurs fractions peuvent désigner le même nombre quand bien même leurs représentations et/ou écritures mathématiques diffèrent.



Exemple de carte mentale effectuée au tableau au fur et à mesure de la verbalisation des élèves. Ici, en partant de l'exemple d'une fraction supérieure à 1, il est possible d'illustrer les compétences acquises au fur et à mesure des séances.

5 min

Mémo



La trace écrite définitive peut être rédigée à partir d'une photo du tableau ou bien distribuée. Une version modifiable est disponible sur le site tandem.nathan.fr. Au choix de l'enseignant-e, la leçon peut être constituée de la carte mentale proposée, des bilans du manuel et/ou d'une leçon collée dans un cahier dédié (leçon rédigée par l'enseignant-e, qui peut être inspirée des propositions présentes dans le fichier ressources).

10 min

Retour sur la situation de référence

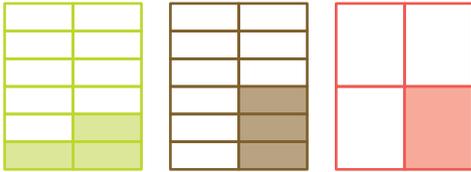
Les élèves ont été potentiellement en réussite pour partager la première moitié du terrain en douzièmes (avec les carreaux voire le guide-âne) mais n'ont pas su expliquer pourquoi la partie restante ($\frac{3}{12}$) était égale à $\frac{1}{4}$.

De même, ils n'ont pu proposer (ou seulement de manière approximative) de partition équivalente mais « plus simple » du terrain.

► Phase active

On attend des élèves qu'ils soient capables de justifier l'égalité $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ afin d'expliquer que le terrain (ou le devant du sac) est cultivé intégralement ($\frac{9}{12} + \frac{1}{4}$) et qu'ils en déduisent une version plus simple du partage (ou le derrière du sac) sous la forme $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$.

Solutions possibles pour la situation n° 1



Conclusion

Un élève expose sa solution au reste du groupe.

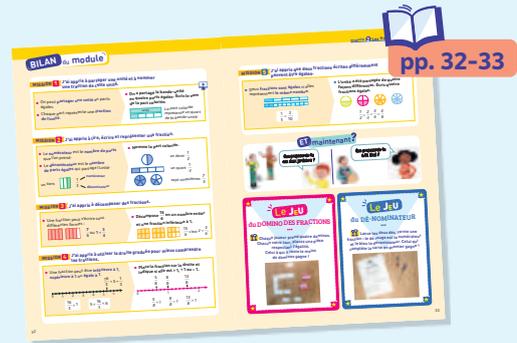
JEUX



DURÉE
30 min

COMPÉTENCES

- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer



DIFFÉRENCIATION

- Deux jeux sont proposés, l'un relevant plutôt du **CM1 (à gauche)** et l'autre du **CM2 (à droite)**. Ils pourront cependant tous deux être proposés aux élèves selon leur niveau, vous permettant ainsi de différencier ce temps.

Le JEU du Domino des fractions

Niveau 1 : fractions inférieures ou égales à 1 désignées en lettres ou en chiffres et représentées de différentes façons

Niveau 2 : fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 représentées sous forme d'une écriture fractionnaire ou d'une représentation

ORGANISATION 2 à 4 joueurs

MATÉRIEL les pièces de dominos découpées, si possible plastifiées

RÈGLE DU JEU comme un jeu de dominos classique

Distribuer 6 dominos à chaque joueur ; les dominos restants constituent la pioche. Celui qui a un double commence (les deux fractions indiquées sur la carte sont équivalentes). Les joueurs posent chacun à leur tour une pièce. S'ils ne peuvent rien placer, ils piochent une pièce et passent leur tour. Le premier s'étant débarrassé de toutes ses pièces gagne.

Le JEU du Dé-nominateur

ORGANISATION 2 à 4 joueurs

MATÉRIEL • 2 dés par groupe (6 faces ou plus, ou dés vierges avec nombres souhaités)
• des fiches élèves à compléter, en nombre suffisant pour chaque joueur

RÈGLE DU JEU

Le premier joueur lance les deux dés successivement : le premier dé indique le dénominateur, le second, le numérateur. Tous les élèves écrivent la fraction obtenue sur leur fiche et la complètent.

Deux possibilités : l'enseignant-e a donné un temps limité et les élèves doivent compléter un maximum de rubriques pendant cette durée ; ou le premier qui a complété toutes les rubriques annonce la fin du tour. Les joueurs marquent 1 point par réponse correcte (le groupe doit valider les réponses de chacun).