

Les fractions simples



Le fond jaune indique la présence renforcée de l'enseignant-e.

Progression des apprentissages dans le module

	CM1	CM2
SÉANCE 1	<ul style="list-style-type: none"> • Vérification des prérequis • Situation de référence « Les maths en vie » 	
SÉANCE 2	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 1 Partager une unité et nommer une fraction de cette unité 	<ul style="list-style-type: none"> • Révisions
SÉANCE 3	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 1 	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 5 Comprendre la notion d'égalité de fractions
SÉANCE 4	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 2 Lire, écrire, représenter une fraction 	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 5
SÉANCE 5	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 2 	<ul style="list-style-type: none"> • Révisions
SÉANCE 6	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 3 Décomposer des fractions 	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 4 Proportionnalité
SÉANCE 7	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 3 	<ul style="list-style-type: none"> • Mission 5 Proportionnalité
SÉANCE 8	<ul style="list-style-type: none"> • MISSION 4 Utiliser une droite graduée pour mieux comprendre les fractions 	<ul style="list-style-type: none"> • Problèmes
SÉANCE 9	<ul style="list-style-type: none"> • Entraînement mission 4 	<ul style="list-style-type: none"> • Révisions Propriétés et relations géométriques
SÉANCE 10	<ul style="list-style-type: none"> • Synthèse • Retour sur la situation de référence 	
SÉANCE 11	<ul style="list-style-type: none"> • Évaluation sommative 	
SÉANCE 12	<ul style="list-style-type: none"> • Régulation / Rebrassage / Jeux 	

Compétences LSU et BO

Utiliser et représenter les grands nombres entiers, les fractions simples, les nombres décimaux.

- Connaître diverses désignations des fractions : orales, écrites.
- Repérer et placer des fractions sur une demi-droite graduée adaptée.

- Encadrer une fraction par deux nombres entiers consécutifs.
- Comparer deux fractions de même dénominateur.
- Écrire une fraction sous forme de somme d'un entier et d'une fraction inférieure à 1.

Lexique

- **Unité** : grandeur qui sert d'étalon à un partage équitable.
- **Fraction** : la fraction $\frac{b}{a}$ est le nombre manquant de l'équation $a \times ? = b$.
- **Fraction partage** : représentation du nombre fraction sous la forme d'un partage équitable d'une unité.
- **Dénominateur** : c'est le nombre total de parts égales qui partagent l'unité. On l'écrit sous la barre de fraction.
- **Numérateur** : c'est le nombre de parts que l'on sélectionne. On l'écrit au-dessus de la barre de fraction.

Apports didactiques

● La notion de fraction est apparue très tôt. Beaucoup de civilisations l'ont introduite dans leur écriture, à l'instar des Babyloniens ou des Égyptiens.

$$\left\langle \begin{array}{c} \text{|||||} \\ \text{|||||} \end{array} \right\rangle = \frac{15}{60} \quad \left\langle \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{|||} \end{array} \right\rangle = \frac{1}{3}$$

- Par fraction, en début de cycle 3, il faut entendre « **fraction partage** ». Elle sert essentiellement à représenter le partage équitable d'un objet, d'une quantité. Le numérateur représente le nombre de « parts que l'on prend » et le dénominateur « le nombre total de parts égales qui composent l'unité ».
- La manipulation de la fraction partage occupe une place importante tant en CM1 qu'en CM2.
- Comme détaillé dans la présentation générale de la numération, la fraction en tant que nombre à part entière sera introduite en fin de cycle 3. Un premier glissement vers ce statut de nombre intervient lors du placement sur une droite graduée et dans l'écriture d'égalités de fractions.

- Rappelons succinctement que l'ensemble des fractions s'appelle les rationnels. C'est l'ensemble des nombres qui contient tous les nombres connus au cycle 3.
 - Il convient de veiller à ne pas ancrer une seule représentation de l'unité dans l'esprit des élèves. Il est nécessaire d'en varier la forme, la taille, etc. très tôt, en multipliant les représentations, comme des pizzas, des cakes, des segments, des surfaces carrées, des disques... De même, les fractions supérieures à 1 doivent être abordées très rapidement afin de ne pas associer irrémédiablement la fraction à une quantité inférieure à 1.
 - Les fractions simples seront abordées sous la forme $\frac{a}{b}$ mais aussi sous la forme $q + \frac{r}{b}$, où q est un nombre entier et $\frac{r}{b}$ une fraction « résiduelle » inférieure à 1.
- Cette décomposition, issue de la division euclidienne de a par b , permettra la lecture et le placement sur la droite graduée, la comparaison de fractions et l'encadrement d'une fraction entre deux nombres entiers consécutifs.

Difficultés rencontrées par les élèves

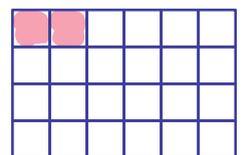
- 1** Interprétation erronée de la barre de fraction : la barre est considérée comme un séparateur entre deux entiers. Ainsi des erreurs peuvent apparaître :
 - dans la comparaison de fractions :
 - $\frac{3}{5}$ est confondu avec $\frac{5}{3}$ puisque 3 et 5 sont présents dans les deux fractions.
 - l'élève peut penser que $\frac{3}{5} < \frac{5}{9}$ car $3 < 5$ et $5 < 9$.
 - dans le calcul avec des nombres en écriture fractionnaire (mimé sur celui avec des écritures décimales) :
 - $\frac{1}{4} + \frac{1}{4}$ est confondu avec $\frac{2}{8}$ puisque $1 + 1 = 2$ et $4 + 4 = 8$.

2 Difficulté à concevoir et à représenter une fraction > 1 .

→ $\frac{5}{3}$ est interprété comme $\frac{5}{6}$.



- 3** Difficulté à identifier l'unité, une partie, le nombre total de parts : c'est souvent le cas lors de fractions supérieures à 1 (exemple ci-dessus). Cette difficulté est également en jeu lors de la représentation erronée de $\frac{2}{8}$ ci-contre.



- 4** Difficulté à concevoir qu'un nombre rationnel possède une infinité d'écritures fractionnaires et/ou de représentations.
 - Ces quatre représentations peuvent être associées à des fractions différentes car elles ne représentent pas pour l'élève la « même quantité ».



AUTOÉVALUATION, SITUATION DE RÉFÉRENCE



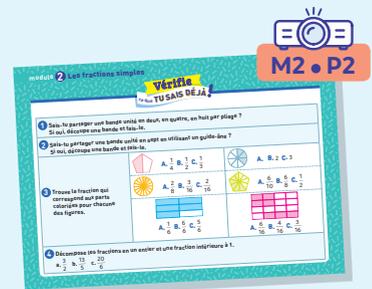
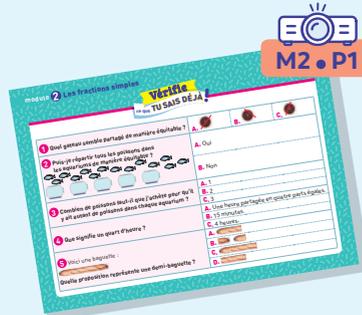
DURÉE
45 min



MATÉRIEL
► Guide-âne

COMPÉTENCES

- Chercher
- Raisonner
- Communiquer



CM1

10 min Autoévaluation formative, autocorrection

Exercices 1, 2 et 3 : maîtriser les notions de partage, de partage équitable.

Exercices 4, 5 et 6 : connaître des expressions autour des fractions dans le langage courant.

10 min Remédiation ou Défi

Exercices 1, 2 et 3 : la notion de partage équitable est définie pour aider les élèves à distinguer équitable/non équitable, à partir de quantités dénombrables (entrée différente du partage d'une unité).

Exercice 4 : la notion de quart d'heure est illustrée à l'aide d'une horloge pour aider les élèves à se créer une image mentale, le lien est proposé avec la demi-heure.

Exercice 5 : on revient sur la notion de demi avec le partage d'une unité de deux façons différentes, ici un cake.

Défi : on demande de partager de façon optimum un gâteau en 3 coups de couteau. Le partage en 4 parts égales avec 2 coups de couteau est naturel. Le 3^e doit pouvoir partager encore chaque part en 2 pour être optimum. Si l'on conserve le même plan de coupe, le problème n'est pas soluble. Il faut donc découper de façon transversale... 8 parts en trois coups de couteau !



CM2

Exercices 1 et 2 : réaliser un partage équitable par pliage puis avec le guide-âne.

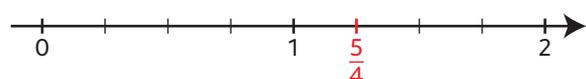
Exercice 3 : écrire une fraction représentée.

Exercice 4 : placer une fraction sur une droite graduée.

Exercice 5 : décomposer une fraction.

Avant de commencer les exercices de remédiation, les CM2 sont invités à relire les pages bilans CM1 correspondant à leurs besoins : les pages concernant la représentation et la décomposition des fractions ainsi que celles sur le repérage sur une droite graduée. La vidéo sur l'utilisation du guide-âne est aussi proposée, puis des exercices similaires aux prérequis.

Défi : on demande aux élèves de trouver différentes façons de représenter une fraction supérieure à 1. Cela a été abordé lors de l'évaluation des prérequis mais l'élève doit ici en mobiliser un maximum pour une seule fraction.



CM1

CM2

SITUATION DE RÉFÉRENCE 1. Apprentis jardiniers

5 min Appropriation collective de la situation

« De quoi parle-t-on ? Que devons-nous chercher à faire ? »

Il faut aider le jardinier à partager équitablement le terrain en deux moitiés, en demis. Ce partage doit être équitable : les deux moitiés doivent être identiques. Il faut trouver plusieurs solutions. Il faut ensuite partager une des deux moitiés en trois parts égales.

Il faut savoir si c'est possible de cultiver $\frac{9}{12}$ du jardin avec des choux et $\frac{1}{4}$ avec des navets.

Il faut ensuite essayer de trouver une autre solution pour partager le terrain pour que ce soit plus simple, qu'il y ait moins de petits morceaux de parcelles.

10 min Recherche

PAS à PAS

Les élèves tentent de faire un plan comme indiqué dans le pas à pas. Ils doivent comprendre l'intérêt de représenter le terrain par une surface rectangulaire par exemple. Plusieurs découpages de l'unité choisis sont possibles (horizontal, vertical, diagonal). Cette première partie est à la portée des élèves. Le partage équitable d'une des deux moitiés en trois parts égales se révèle plus difficile. Certains élèves tenteront un découpage « à main levée » tandis que d'autres essaieront d'utiliser leurs instruments. Devant la difficulté de partage, certains élèves auront anticipé ou corrigé leur représentation pour que cela « tombe juste ». On n'attend pas ici l'utilisation du guide-âne. **Cette étape fait alors apparaître la nécessité de connaître et de savoir représenter de manière précise la notion de tiers.**

Les élèves réalisent d'abord le partage en douzièmes du terrain afin d'en représenter les $\frac{9}{12}$. Les acquis de CM1 doivent leur permettre cette manipulation, en appui sur des carreaux ou sur le guide-âne. Ils devront alors choisir la surface rectangulaire qui correspondra le mieux (1×12 ou 2×6 ou 3×4 serait intéressant). On réinvestit ici la représentation d'une fraction. La portion restante, $\frac{3}{12}$, n'est pas naturellement égale à $\frac{1}{4}$ pour beaucoup.

Comprendre la notion d'égalité de fractions devient nécessaire pour « simplifier » le partage afin d'obtenir $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$ à la place du partage $\frac{9}{12}$ et $\frac{1}{4}$.

10 min Analyse collective et explicitation des apprentissages à venir

L'enseignant-e revient sur les stratégies utilisées par les élèves de CM1 pour partager en demis, ce qu'ils ont probablement réussi à faire, et met en évidence la difficulté verbalisée par les élèves de partager en 3 parts égales la seconde moitié. Il insiste sur la précision nécessaire de ce partage, quel que soit le rectangle à partager (en reprenant éventuellement l'exemple d'élèves dont le terrain était adapté à ce partage) et en profite pour verbaliser les apprentissages nécessaires. De même, en CM2, il revient sur les stratégies utilisées pour partager en douzièmes. Il guide les élèves dans la formulation de la difficulté rencontrée :

« la partie restante est $\frac{3}{12}$ alors qu'on en attend $\frac{1}{4}$ » et projette les élèves vers l'écriture de cette égalité, en appui parfois sur certains élèves qui auront fait le lien, mais pas de façon formelle.

SITUATION DE RÉFÉRENCE 2. Apprentis couturiers

La situation des couturiers est semblable à celle des jardiniers.

CM1 : le devant du sac est partagé en demi et l'arrière en tiers.

CM2 : le devant du sac est partagé en $\frac{9}{12}$ et $\frac{1}{4}$, et l'arrière en $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$.



Aide / différenciation

Afin de débiter la réflexion, on peut **fournir une représentation déjà préparée du terrain** sous forme de rectangle avec carreaux ou pas et/ou aux dimensions choisies ou pas suivant le degré de difficulté souhaité. De la même façon, on peut fournir **une représentation des deux faces du sac**. On peut aussi proposer de représenter les différents découpages sur du calque pour superposer les couches et mieux visualiser la complémentarité ou l'égalité des fractions.

MISSION 1

CM1

Les CM2 révisent les fractions simples en autonomie

Partager une unité et nommer une fraction de cette unité



DURÉE

45 min



MATÉRIEL

- ▶ Pas de règle graduée
- ▶ 20 bandes de 12 cm par 2 cm, roses par exemple
- ▶ 20 bandes de 10 cm par 2 cm, vertes par exemple (à garder pour la mission 4)

COMPÉTENCES

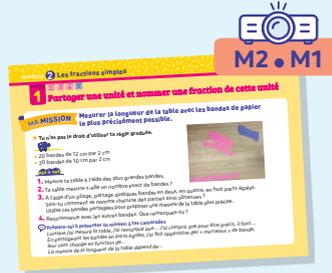
- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer

OBJECTIF

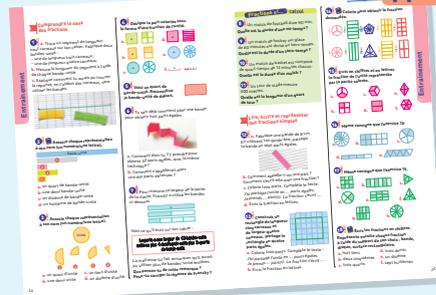
- Partager une unité et nommer une fraction de cette unité.

PRINCIPE DE LA MISSION

- Jusqu'à présent, les élèves n'ont rencontré que des nombres entiers. En mesurant précisément la longueur de leur table à l'aide de bandes-unité fournies, ils seront contraints d'**utiliser des mesures non entières par la manipulation des bandes-unité et de leur partage en parts égales par pliages successifs**. L'enseignant-e **introduit ainsi la notion d'unité et de fraction de cette unité** (ici demi, quart, huitième). Dans cette mission 1, nous parlons uniquement de la désignation orale des fractions. Leur écriture usuelle et le vocabulaire associé seront développés dans la mission 2.



pp. 24-25



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils en ont compris :

*De quel matériel disposez-vous ?
Pourquoi y a-t-il deux sortes de bandes ?
À quoi vont-elles servir ? Que devez-vous faire ?*

L'enseignant-e conclut :

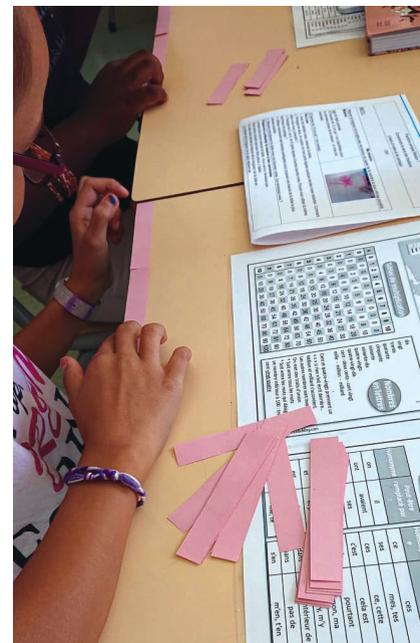
Lors de cette mission, vous allez mesurer votre table à l'aide de bandes de papier en étant le plus précis possible et sans règle graduée.



15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

Dans un premier temps, les élèves vont mesurer leur table à l'aide des bandes et s'apercevoir que « cela ne tombe pas juste ». Il se peut que la mesure de la table soit un multiple de l'une, voire de l'autre des bandes. Dans ce cas, proposer la mesure de la largeur ou bien

celle du cahier. Certains vont découper (ou plier de manière non équitable) la dernière bande à la « bonne dimension ». Il est important alors de leur faire remarquer que cela ne se traduit pas à l'oral autrement que par « un bout » et que ce n'est pas suffisamment précis mathématiquement. Cette partie de bande ne peut pas être traduite par un « nom ». Il faut les diriger alors vers la partie 3 du pas à pas. Pour les guider, une fois les mesures effectuées, la trame du « Prépare-toi » permet de structurer la réponse et d'utiliser le vocabulaire réactivé lors de l'autoévaluation (moitié, demi...).





Mise en commun et trace écrite provisoire

Lors de la mise en commun, l'enseignant-e doit insister sur la notion de parts équitables et écarter les tentatives de mesure avec des bouts pliés ou coupés aléatoirement. Il peut aider à l'introduction du vocabulaire (demi, quart, huitième) si nécessaire. Il doit aussi insister sur la notion d'unité en faisant expliciter le fait que la mesure de la table est dépendante de cette unité choisie.

Réponses possibles

Lorsque j'ai mesuré la table, j'ai remarqué que les **bandes entières ne permettaient pas d'obtenir une mesure précise**. J'ai compris que pour être précis, il fallait **partager les bandes en parts égales en les pliant**. En partageant les bandes en parts égales, j'ai fait apparaître des « morceaux » de bande,

leur nom change en fonction **du nombre de parts égales obtenues : lorsqu'on plie en deux, on obtient des demi-bandes, en quatre, des quarts de bandes...**

La mesure de la longueur de la table dépend de **la longueur de la table mais aussi de la longueur des bandes au départ** (donc de l'unité de mesure).

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 1

- On peut mesurer une longueur à l'aide de bandes-unité, la mesure dépend alors de l'unité de départ choisie.
- On peut partager une bande-unité en parts égales par pliage. Ces parts portent un nom en fonction du nombre de parts totales composant la bande-unité entière. Nous connaissons à présent : les demis lorsque la bande-unité est partagée en 2, le quart en 4, le huitième en 8...



Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés
Exercice 1 : cet exercice permet de vérifier si les élèves ont compris la manipulation des bandes-unité et leur partage par pliage à des fins de mesure.	« L'élève est-il à l'aise avec la manipulation ? »	Exercices 1 - 5 - 6 p. 24
Exercice 2 : cet exercice est moins guidé dans le partage nécessaire. On entre ici dans une phase plus abstraite.	« L'élève a-t-il acquis la notion de parts équitables et l'a-t-il associée à celle de fraction ? »	Exercices 2 - 3 - 4 p. 24
Exercice 3 : cet exercice permet de glisser progressivement vers la représentation mathématique de la fraction partagée et d'y associer sa dénomination orale sans passer par la manipulation.	« L'élève est-il capable d'abstraire cette notion ? »	Exercices 4 - 5 - 7 p. 24

Aide / différenciation

L'appui sur la manipulation est primordial ici et peut être maintenu autant de temps que nécessaire. À ce stade de l'acquisition de la notion de fraction, il est très important que les élèves puissent s'appuyer, en cas de besoin, sur **des bandes, des disques unités ou même des cubes** afin de visualiser les parties égales qui constituent l'unité par pliage, découpage ou calque.

MISSION 2

CM1

Les CM2 réalisent l'entraînement de la mission 5

Lire, écrire, représenter une fraction



DURÉE

45 min



MATÉRIEL

- ▶ Guide-âne
- ▶ Unités à partager
- ▶ Crayons de couleur ou feutres

COMPÉTENCES

- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer

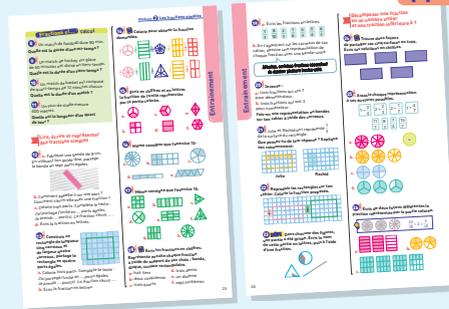
M2 • M2



https://ecole.nathan.fr/video_guide_ane



pp. 25-26



OBJECTIFS

- Partager une unité en parts égales et faire le lien entre ce partage et l'écriture mathématique de la fraction correspondante.
- Représenter une fraction sur un support unité, à l'aide de ses outils (pliage ou guide-âne).

PRINCIPE DE LA MISSION

- Dans la mission précédente, les élèves ont appris à nommer oralement certaines fractions à partir d'un partage de bande-unité. Dans cette mission, **nous généralisons les noms donnés aux fractions et faisons le lien avec leur écriture mathématique sous la forme $\frac{a}{b}$** . Lors de la mise en commun, le vocabulaire « **numérateur** » et « **dénominateur** » sera introduit par l'enseignant-e.



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils ont compris :



- De quel matériel disposez-vous ?*
- Que représentent les différentes formes ?*
- Quel est l'outil à votre disposition ?*
- Que devez-vous faire ?*

L'enseignant-e conclut :



Lors de cette mission, vous allez apprendre à partager les différentes unités pour pouvoir représenter une fraction, et découvrir un nouvel outil : le guide-âne.



15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

Cette mission est centrée sur la manipulation. Dans un premier temps, les élèves doivent partager un disque en 4 parts égales, par pliage. Cette situation

permet d'introduire l'écriture de la fraction $\frac{1}{4}$ mais pas encore le vocabulaire « numérateur » et « dénominateur ». Les élèves vont pouvoir faire le lien entre « nombre de parts égales qui composent l'unité » et « nombre du bas » dans l'écriture fractionnaire puis entre « nombre de parts sélectionnées » et « nombre du haut ». Il est important de leur faire remarquer ces correspondances. On reproduit ensuite ce procédé avec la surface rectangulaire pour obtenir la fraction $\frac{1}{8}$.

Ces deux étapes sont un réinvestissement de la technique de pliage pour obtenir un partage équitable. Ensuite, on introduit un nouvel outil, le guide-âne (très utile pour des partages dont le pliage n'est pas simple voire impossible), qui sera utilisé à plusieurs reprises tout au long de ce module. L'enseignant-e peut guider certains élèves dans sa manipulation, en faire la démonstration devant le groupe ou bien montrer la vidéo correspondante. On fait également dans cette situation le lien avec l'écriture mathématique sous forme de fraction.



Mise en commun et trace écrite provisoire

Lors de la mise en commun, l'enseignant-e doit insister une nouvelle fois sur la notion de partage équitable et affirmer son lien avec l'écriture fractionnaire. Il fait verbaliser la correspondance entre la notation et la signification de chaque nombre. Il introduit à cette occasion le vocabulaire expert de la fraction, à savoir le numérateur (nombre de parts que l'on prend) et le dénominateur (nombre de parts égales qui partagent l'unité) en s'appuyant sur les réponses apportées par les élèves.

Réponses possibles

Pour partager facilement un disque (une bande, un rectangle) en parts égales, j'ai **réutilisé la technique du pliage mais également l'outil « guide-âne » qui est plus approprié lorsqu'on veut partager une bande en 5 par exemple**. Chaque part obtenue porte un nom en fonction du **nombre de parts égales qui constituent l'unité (des quarts, des huitièmes, des cinquièmes) et du nombre de parts que l'on sélectionne**. En mathématiques, on écrit le nom des parts avec **une écriture qui comporte une barre horizontale. Le nombre « du haut » indique le nombre de parts sélectionnées et celui « du bas » le nombre de parts égales qui partagent l'unité**.

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 2

● Une unité peut être représentée avec différents supports : disque, bande, surface rectangulaire :



● On peut partager une unité en parts égales grâce au pliage ou avec l'outil « guide-âne ». Chaque part de l'unité porte alors un nom en fonction du nombre de parts égales obtenues (demi, tiers, quart, cinquième, dixième...) :

un demi	un tiers	un quart	deux cinquièmes	trois dixièmes
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{10}$

● En mathématiques, on écrit une fraction pour représenter les parts :

$$\frac{\text{nombre de parts que l'on prend}}{\text{nombre de parts égales totales qui forment l'unité}}$$



Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés
Exercices 1, 2 et 3 : ces exercices permettent de savoir si l'élève est capable de manipuler les outils (pliage et guide-âne) pour partager une unité donnée en parts égales et y associer son écriture mathématique sous forme de fraction.	« L'élève est-il capable de partager une unité et d'associer la fraction correspondante ? »	Exercices 12 - 13 p. 25 Défi 23 p. 26
Exercice 4 : cet exercice permet de vérifier que l'élève sait donner l'écriture fractionnaire en observant une représentation d'une fraction.	« L'élève est-il capable de déterminer l'écriture fractionnaire correspondant à une représentation ? »	Exercices 15 - 16 - 17 - 21 pp. 25-26
Exercice 5 : cet exercice permet de vérifier que l'élève sait compléter ou construire une représentation d'une fraction à partir de son écriture fractionnaire.	« L'élève est-il capable de représenter une fraction sur un support imposé ou de son choix ? »	Exercices 14 - 18 - 19 - 22 pp. 25-26

Aide / différenciation

Cette fois encore on peut autoriser aussi longtemps que nécessaire **la manipulation** : on peut fournir aux élèves qui en ressentent le besoin **la planche de représentations « usuelles »** des différentes fractions , déclinées sous différentes formes d'unités et différents partages. **Pour l'utilisation du guide-âne**, la classe peut visionner **la vidéo sur le site tandem.nathan.fr** ou s'appuyer sur **le document d'accompagnement Eduscol** disponible ici : https://ecole.nathan.fr/eduscol_guide_ane



MISSION 3

CM1

Les CM2 réalisent l'entraînement de la mission 4 Proportionnalité

Décomposer des fractions



DURÉE

45 min



MATÉRIEL

- ▶ Ardoise
- ▶ Craies ou feutres d'ardoise ou crayons de couleur

COMPÉTENCES

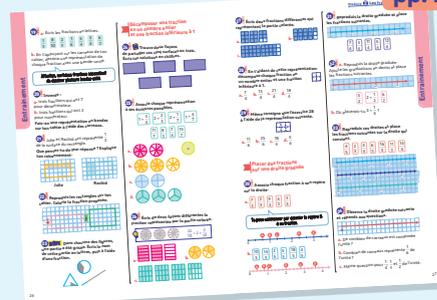
- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer



M2 • M3



pp. 26-27



OBJECTIFS

- Comprendre qu'une fraction peut être supérieure à 1.
- Décomposer une fraction en un nombre entier et une fraction inférieure à 1.

PRINCIPE DE LA MISSION

- Pour cette mission, les élèves abordent les fractions supérieures à 1. Pour cela, on leur demande de partager un ensemble d'unités, ici 9 pizzas carrées ou rectangulaires entre 4 personnes. La part obtenue par chacun sera supérieure à l'unité. Ainsi, on cherche à **faire apparaître la fraction obtenue sous deux formes : sous la forme d'une fraction simple puis sous la forme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.**



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils ont compris :



*De quel matériel disposez-vous ?
Que devez-vous faire ?*

L'enseignant-e conclut :



Lors de cette mission, vous allez devoir proposer deux représentations différentes de ce que mange chaque personne lorsqu'on partage les 9 pizzas en 4 portions égales.

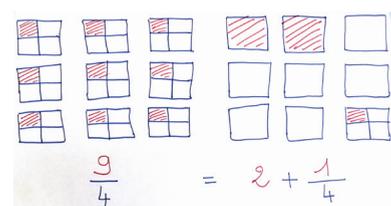


15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

On attend des élèves deux méthodes différentes de partage. Dans un premier temps, on attend qu'ils représentent les 9 pizzas sous une forme adaptée au partage en 4 (rectangulaire, carrée ou en bandes). La notion de fraction acquise à ce stade les conduit naturellement à partager chaque pizza en quatre,

ce qui les mènera à la forme $\frac{9}{4}$ lorsqu'ils proposeront une écriture mathématique de la représentation. Ce n'est que dans un second temps qu'ils vont se questionner sur l'autre forme. Il est important de relancer les élèves qui se contenteraient d'une seule réponse : « **On vous demande de dessiner deux façons...** » On attend alors qu'ils prennent conscience de l'inutilité de partager l'ensemble des pizzas en quatre, et qu'ils distribuent d'abord des pizzas entières avant de devoir partager la dernière pizza en quatre, ce qui les mènera cette fois à la forme $2 + \frac{1}{4}$.

On attend enfin que les élèves puissent préciser que cette portion est supérieure à 2 (pizzas) et qu'il existe donc des fractions plus grandes que 1.





Mise en commun et trace écrite provisoire

Lors de la mise en commun, les élèves échangent sur les deux représentations possibles du partage des 9 pizzas en 4 portions égales. L'enseignant-e insiste sur l'équivalence entre ces deux représentations, qui peut ne pas être naturelle pour certains élèves.

Les écritures mathématiques $\frac{9}{4}$ et $2 + \frac{1}{4}$ sont ensuite associées aux représentations.



L'enseignant-e formalise alors que la fraction $\frac{9}{4}$ peut s'écrire sous la forme d'un nombre entier et d'une autre fraction en précisant (ou en faisant remarquer dans l'échange) que cette fraction est plus petite que l'unité. De cette décomposition, on constate également que cette écriture amène la remarque suivante : $2 + \frac{1}{4} > 1$, donc $\frac{9}{4} > 1$. Il existe donc des fractions supérieures à 1.



Réponses possibles

Pour partager neuf pizzas entre quatre personnes, j'ai **trouvé deux solutions : tout d'abord, on peut partager chaque pizza en quatre parts égales. On peut aussi distribuer équitablement les pizzas entières jusqu'à ce que cela ne soit plus possible et ensuite partager la dernière pizza en parts égales.** Les deux manières d'écrire ce que chacun mange sont $\frac{9}{4}$ et $2 + \frac{1}{4}$.

Chaque personne mange **une part de chaque pizza partagée en 4, ce qui fait 9 parts ou 2 pizzas entières et 1 part de la dernière pizza**, ce qui signifie qu'**une fraction peut être décomposée en un nombre entier et une fraction inférieure à 1.**

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 3

- Une fraction peut s'écrire sous différentes formes : sous la forme d'une fraction simple ou sous la forme d'un nombre entier et d'une fraction inférieure à 1.
Ex. : $\frac{9}{4}$ et $2 + \frac{1}{4}$.
- On peut partager équitablement plusieurs unités.
- Une fraction peut être plus grande que 1.



Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés
Exercice 1 : cet exercice permet de reproduire la démarche globale de la mission et d'en vérifier sa compréhension.	« L'élève est-il capable de trouver deux méthodes de partage, avec l'aide éventuelle de la manipulation ? »	Exercices 24 - 25 p. 26
Exercice 2 : cet exercice est un premier pas vers l'abstraction ; la détermination de la décomposition s'appuie sur une représentation de la fraction.	« L'élève est-il capable de déterminer la décomposition d'une fraction à partir d'une de ses représentations ? »	Exercices 26 - 27 pp. 26-27
Exercice 3 : cet exercice va plus loin vers l'abstraction, on demande de décomposer une fraction sans représentation donnée.	« L'élève est-il capable de déterminer la décomposition d'une fraction sans avoir forcément recours à une représentation donnée ? »	Exercices 28 - 29 p. 27



Aide / différenciation

Afin de faciliter pour certains élèves la compréhension du partage et notamment de l'égalité entre les deux écritures, on peut proposer de **découper puis de recomposer les parts sur un support :**

On peut également mettre à disposition des élèves **des briques** (carrés 2×2 et 1×1) qui serviront à la manipulation.



Utiliser une droite graduée pour mieux comprendre les fractions



DURÉE

45 min



MATÉRIEL

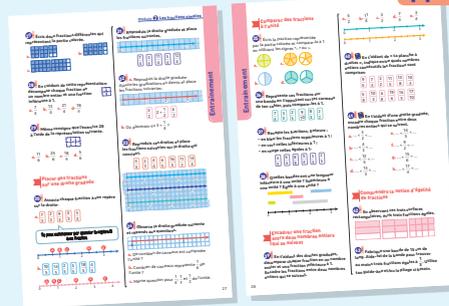
- ▶ Bandes-unité de 10 cm « recyclées » de la mission 1
- ▶ Guide-âne
- ▶ Droites à observer et à construire (photocopie A3)

COMPÉTENCES

- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer



pp. 27-28



OBJECTIFS

- Grader une droite en reportant l'unité entière puis l'unité partagée.
- Comparer des fractions à 1 et les encadrer entre 2 nombres entiers consécutifs.
- **On introduit ici la représentation des fractions sur une droite graduée.** L'essentiel (construction, vocabulaire) a été réactivé lors de la mission de révision des nombres entiers en début de période. **On apprend à grader chaque unité en la partageant en parts égales.** Pour cela, on généralise la méthode du report de l'unité : le report d'une fraction de l'unité. On construit d'abord les graduations d'unité en unité puis on partage chaque unité en parts égales (en demis, en quarts puis en tiers de bande-unité). On revient ensuite sur le placement de fractions sur une droite graduée et on y lit les informations de comparaison à 1 et d'encadrement.

PRINCIPE DE LA MISSION



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils ont compris :



*De quel matériel disposez-vous ?
À quoi vont servir les bandes ? Le guide-âne ?
Les droites proposées ? Que devez-vous faire ?*

L'enseignant-e conclut :



Lors de cette mission, vous allez apprendre à grader une droite en demis, quarts, tiers puis à y placer des fractions. Vous en déduisez si elles sont inférieures ou supérieures à 1 et vous les encadrez entre deux nombres entiers qui se suivent.



15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

Les élèves observent la droite modèle et la décrivent. C'est l'occasion de réactiver le vocabulaire : sens,

origine, unité. On attend qu'ils établissent le lien entre l'unité de la droite et la bande-unité pour grader les demi-droites proposées. Ils partagent ensuite la bande-unité en demi, par pliage, afin de reporter la demi-unité et ainsi grader la droite n° 1 en demis. Ils utilisent cette droite pour y placer les fractions demandées $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{2}$, $\frac{3}{2}$ et $\frac{4}{2}$. Certains élèves constatent

les égalités $\frac{2}{2} = 1$ et $\frac{4}{2} = 2$. Ce procédé est reproduit ensuite pour grader en quarts, par pliage de l'unité (respectivement en tiers en utilisant le guide-âne pour partager l'unité) les droites n° 2 (respectivement n° 3).

Puis, on propose de placer des fractions $\frac{7}{2}$, $\frac{15}{4}$ et $\frac{8}{3}$ en identifiant la droite adaptée et d'en déduire un encadrement entre deux nombres entiers consécutifs par lecture directe sur les droites. Les élèves doivent faire le lien entre placement des fractions et sens croissant de la droite graduée et entre placement d'une fraction et situation entre deux nombres entiers consécutifs.



Mise en commun et trace écrite provisoire

L'enseignant-e revient d'abord sur le vocabulaire expert de la droite graduée (origine, unité, sens), préalable à la bonne compréhension de la méthode par reports de fractions de l'unité. On insiste ainsi sur l'étape qui consiste à graduer en plaçant les différentes fractions : « Vous avez reporté ... fois la demi-unité, vous pouvez donc indiquer sur ce repère la fraction ... demi(s). » On fait apparaître ici la réponse à la question 4 : « Pour placer la fraction $\frac{7}{2}$, on utilise la droite graduée en demis et on compte 7 graduations à partir de l'origine. » De même, on valorise les remarques du type $\frac{2}{2} = 1$ ou $\frac{6}{3} = 2$. Enfin, on revient sur l'utilisation de la droite graduée en demandant : « Comment peut-on utiliser ces droites pour encadrer une fraction entre deux nombres entiers ? » On pourra à ce propos faire le lien avec la mission précédente et la décomposition.



Réponses possibles

Pour graduer chaque droite en demis, quarts et tiers, j'ai reporté les fractions de l'unité (que j'ai partagée par pliage pour les demis et les quarts ou à l'aide du guide-âne pour les tiers). Pour placer les fractions sur la droite qui convient, j'ai « compté » les demis, les tiers, les quarts en partant de l'origine en respectant le nombre de parts indiqué au numérateur. Pour encadrer une fraction entre deux nombres entiers qui se suivent, j'ai repéré l'unité entière qui précède la fraction sur la droite et celle qui la suit.

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 4

- Une droite graduée se construit par reports d'une unité. On peut ensuite la graduer plus précisément en partageant l'unité en parts égales.
- Pour placer des fractions sur une droite graduée, on observe son dénominateur pour déterminer la droite qui convient puis on compte le nombre de parts donné par le numérateur.
- On peut encadrer une fraction entre deux nombres entiers consécutifs.



Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés
Exercices 1 et 3b : ces exercices permettent de savoir si l'élève est capable de comparer des fractions à 1 en s'aidant d'une droite graduée.	« L'élève est-il capable de comparer à 1 une fraction avec ou sans droite graduée ? »	Exercices 35 - 36 - 37 - 38 p. 28
Exercice 2 : cet exercice permet de savoir si l'élève est capable de graduer une droite et d'y placer des repères fractionnaires en utilisant le support Seyes.	« L'élève est-il capable de graduer une droite et d'y placer des fractions en prenant appui sur des carreaux ? »	Exercices 31 - 32 - 34 p. 27
Exercice 3a : cet exercice permet de savoir si l'élève est capable d'identifier la droite graduée adaptée pour y placer un repère. Il dispose de 2 droites graduées, une en sixièmes et l'autre en cinquièmes.	« L'élève est-il capable de choisir une droite graduée adaptée pour placer des fractions ? »	Exercices 30 - 33 p. 27
Exercice 3c : cet exercice permet de savoir si l'élève est capable d'encadrer des fractions entre deux nombres entiers consécutifs en s'aidant d'une droite graduée.	« L'élève est-il capable d'encadrer une fraction avec l'aide d'une droite graduée ? »	Exercices 39 - 40 - 41 p. 28



Aide / différenciation

Pour aider les élèves à construire les droites graduées proposées dans le manuel, on peut cette fois encore leur proposer la manipulation en leur fournissant ou en leur faisant construire les bandes-unité. Pour tous les exercices de comparaison ou d'encadrement, les élèves ont accès à l'outil « planche à droites » On peut les guider si besoin dans la sélection des droites nécessaires à la réussite des différents exercices.

MISSION 5

CM2

Comprendre la notion d'égalité de fractions

Les CM1 réalisent l'entraînement de la mission 1



DURÉE

45 min



MATÉRIEL

- ▶ 2 bandes de 8 cm par 2 cm
- ▶ Guide-âne

COMPÉTENCES

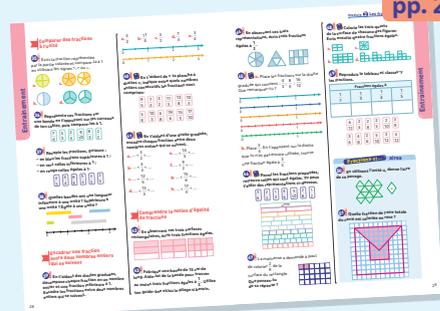
- ▶ Chercher
- ▶ Raisonner
- ▶ Communiquer



https://ecole.nathan.fr/video_guide_ane



pp. 28-29



OBJECTIF

- Montrer que deux fractions différentes peuvent être égales en utilisant des bandes puis des droites graduées.

PRINCIPE DE LA MISSION

- En plus de permettre le rebrassage des acquis antérieurs tels que la fraction partage et le repérage sur une droite graduée, la mission consiste à **prouver que plusieurs fractions peuvent désigner le même nombre et que des fractions peuvent être égales**. On aborde la notion par deux entrées complémentaires : la représentation à partir d'une bande-unité et le repérage sur une droite graduée. Les deux entrées fonctionnent par « superposition » : on comprend qu'en cas d'égalité, le repère demeure identique. C'est un pas de plus vers le nombre fraction abordé en 6^e.



5 min Appropriation collective

Individuellement, les élèves découvrent le matériel et la consigne de la mission sans aborder le pas à pas. Puis ils échangent sur ce qu'ils ont compris :

- « De quel matériel disposez-vous ?
- « Pourquoi y a-t-il 2 bandes ? À quoi vont-elles servir ?
- « Pourquoi a-t-on besoin d'un guide-âne ?
- « Que devez-vous faire ?

L'enseignant-e conclut :

- « Lors de cette mission, vous allez comparer 2 fractions pour savoir si elles sont égales à l'aide de bandes de papier puis de droites graduées.

Avant de démarrer la mission, il est possible de visionner la vidéo sur l'utilisation du guide-âne, qui se trouve sur le site compagnon.



15 min Recherche individuelle et confrontation en binôme

Dans un premier temps, les élèves retrouvent la manipulation abordée dès la découverte des fractions en CM1 : la représentation d'une fraction à l'aide d'une bande-unité. C'est ainsi, en mesurant des objets environnants, qu'ils ont découvert la fraction partage. Pour représenter les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$,

ils sont invités à utiliser le guide-âne.

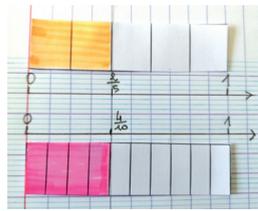
Dans un second temps, ils réinvestissent le repérage d'une fraction sur une droite graduée. L'unité choisie ici est 10 carreaux afin de faciliter le partage en 5^e et 10^e.

Les repères ainsi obtenus pour les fractions $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont alignés verticalement, ce qui permet de constater de manière plus théorique l'égalité de fractions.



Mise en commun et trace écrite provisoire

Lors de la mise en commun, on peut établir le parallèle entre la représentation en bandes-unité et celle sur la droite graduée. L'unité choisie est volontairement identique et permet donc ce lien.



L'enseignant-e insiste sur le fait que les représentations montrent l'égalité des deux fractions et que l'on peut donc écrire $\frac{2}{5} = \frac{4}{10}$. On conclut que $\frac{2}{5}$ et $\frac{4}{10}$ sont deux nombres égaux.

Réponses possibles

Pour montrer que les fractions sont égales, j'ai *représenté les fractions sur les bandes-unité* : j'ai partagé la première bande en 5 parts égales et

j'en ai colorié 2 parts puis j'ai partagé la seconde en 10 parts et j'en ai colorié 4. Pour placer les fractions sur la droite graduée, j'ai gradué la première en cinquièmes puis j'ai placé $\frac{2}{5}$ et la seconde en dixièmes et j'ai placé $\frac{4}{10}$. J'ai remarqué que *dans les deux cas, le repère est identique. On trouve la même longueur de bande et on arrive au même repère sur la droite.*

Trace provisoire possible

Je retiens de la MISSION 5

- Deux fractions peuvent être égales et avoir une écriture différente.
- Pour montrer que deux fractions sont égales (ou non), je peux les représenter sur une bande-unité ou utiliser une droite graduée.



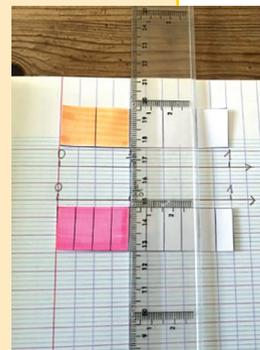
Exercices d'appropriation

Exercices proposés	Observations	En cas de difficultés
Exercice 1 : cet exercice permet de savoir si l'élève a compris que deux fractions différentes peuvent être égales en s'aidant d'une représentation sur une surface rectangulaire.	« L'élève est-il capable d'expliquer que deux fractions sont égales en s'aidant d'une représentation ? »	Exercices 42 - 44 - 48 pp. 28-29
Exercice 2 : cet exercice permet de savoir si l'élève sait associer deux fractions égales en s'aidant des représentations sur une même unité (ici, le disque).	« L'élève est-il capable d'associer deux fractions égales représentées sous une même forme ? »	Exercices 43 - 46 - 47 pp. 28-29
Exercice 3 : cet exercice permet de savoir si l'élève sait associer deux fractions égales en s'aidant des droites graduées. Cette représentation de la fraction est davantage portée vers l'abstraction.	« L'élève est-il capable de se servir d'une droite graduée pour déterminer des fractions égales ? »	Exercice 45 p. 29
Pour aller plus loin	« L'élève est-il capable d'écrire une égalité de fractions sans passer par l'une de ses représentations ? »	Exercice 49 p. 29



Aide / différenciation

Pour vérifier que les repères sont alignés, certains élèves peuvent avoir besoin d'une règle afin de mieux visualiser les graduations. D'autre part, la bande-unité choisie, 8 cm, correspond à 10 carreaux Seyes, ce qui peut permettre son utilisation pour graduer la droite sur le cahier.



SYNTHÈSE, RETOUR SUR LA SITUATION DE RÉFÉRENCE



DURÉE

30 min

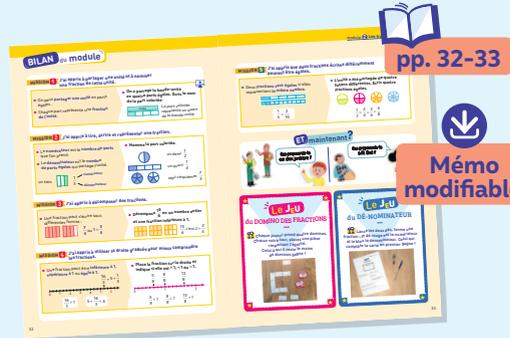


MATÉRIEL

► Guide-âne

COMPÉTENCES

- Raisonner
- Communiquer



pp. 32-33



Mémo modifiable



pp. 22-23

CM1

CM2

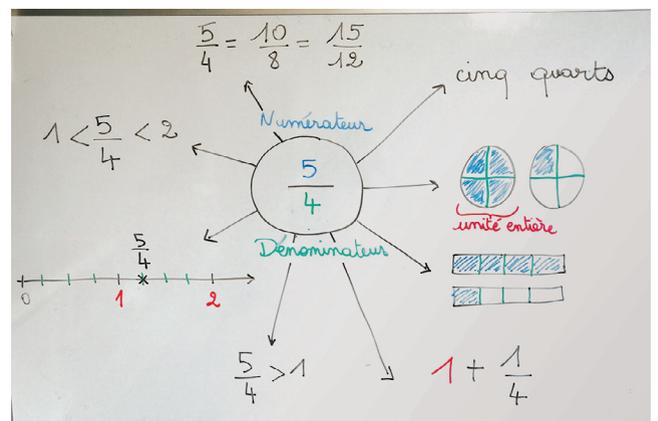
15 min Retour sur les traces écrites provisoires des missions

Les CM1 reviennent sur le passage de la désignation orale à la fraction représentée puis écrite mathématiquement. Ils expliquent comment décomposer une fraction et comment la représenter sur une droite graduée. Ils reviennent sur la comparaison à 1 puis sur l'encadrement entre deux nombres entiers consécutifs.

On peut faire remarquer aux élèves que ces différentes manipulations et représentations sont complémentaires : une décomposition peut aider à représenter sur une droite graduée tandis que cette dernière peut être utile à un encadrement.

Exemple de carte mentale effectuée au tableau au fur et à mesure de la verbalisation des élèves. Ici, en partant de l'exemple d'une fraction supérieure à 1, il est possible d'illustrer les compétences acquises au fur et à mesure des missions.

Pour les CM2, c'est l'occasion dans un premier temps d'être attentifs et/ou actifs quant aux bilans des CM1 puis de venir compléter avec leurs acquis du module : plusieurs fractions peuvent désigner le même nombre quand bien même leurs représentations et/ou écritures mathématiques diffèrent.



5 min Mémo



La trace écrite définitive peut être rédigée à partir d'une photo du tableau ou bien distribuée. Une version modifiable est disponible sur le site tandem.nathan.fr.

Au choix de l'enseignant-e, la leçon peut être constituée de la carte mentale proposée, des bilans du manuel et/ou d'une leçon collée dans un cahier dédié (leçon rédigée par l'enseignant-e, qui peut être inspirée des propositions présentes dans le fichier ressources).

CM1

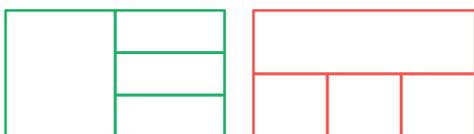
10 min Retour sur la situation de référence

Pour les CM1, on rappelle que l'objectif était de partager le terrain en deux parties égales (les demis) puis l'une des moitiés en tiers. On a alors été confrontés à un partage approximatif ou à l'aide d'instruments peu adaptés (la règle graduée ou le carreau du cahier). On rappelle alors l'ensemble des notions et des outils découverts (le guide-âne).

Phase active

On attend des CM1 l'utilisation du guide-âne pour partager le terrain (ou le devant du sac) en demis et l'une des moitiés (ou le derrière du sac) en tiers. On pourra insister sur le fait qu'il n'y a pas qu'une seule proposition de partage.

Solutions possibles pour la situation n° 1



Conclusion

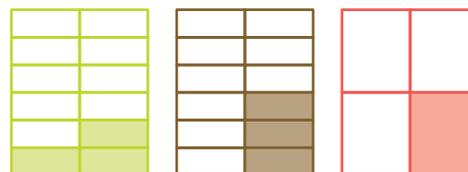
Un élève de chaque niveau expose sa solution au reste du groupe.

CM2

Les CM2 ont été potentiellement en réussite pour partager la première moitié du terrain en douzièmes (avec les carreaux voire le guide-âne) mais n'ont pas su expliquer pourquoi la partie restante ($\frac{3}{12}$) était égale à $\frac{1}{4}$. De même, ils n'ont pu proposer (ou seulement de manière approximative) de partition équivalente mais « plus simple » du terrain.

On attend des CM2 qu'ils soient capables de justifier l'égalité $\frac{3}{12} = \frac{1}{4}$ afin d'expliquer que le terrain (ou le devant du sac) est cultivé intégralement ($\frac{9}{12} + \frac{1}{4}$) et qu'ils en déduisent une version plus simple du partage (ou le derrière du sac) sous la forme $\frac{3}{4}$ et $\frac{1}{4}$.

Solutions possibles pour la situation n° 1



JEUX

CM1

Le JEU du Domino des fractions

Niveau 1 : fractions inférieures ou égales à 1 désignées en lettres ou en chiffres et représentées de différentes façons

Niveau 2 : fractions inférieures, égales ou supérieures à 1 représentées sous forme d'une écriture fractionnaire ou d'une représentation

ORGANISATION 2 à 4 joueurs – 10 à 15 minutes

MATÉRIEL les pièces de dominos découpées, si possible plastifiées

RÈGLE DU JEU comme un jeu de dominos classique

Distribuer 6 dominos à chaque joueur ; les dominos restants constituent la pioche. Celui qui a un double commence (les deux fractions indiquées sur la carte sont équivalentes). Les joueurs posent chacun à leur tour une pièce. S'ils ne peuvent rien placer, ils piochent une pièce et passent leur tour. Le premier s'étant débarrassé de toutes ses pièces gagne.

CM2

Le JEU du Dé-nominateur

ORGANISATION 2 à 4 joueurs – 10 à 15 minutes

MATÉRIEL • 2 dés par groupe (6 faces ou plus, ou dés vierges avec nombres souhaités)
• des fiches élèves à compléter, en nombre suffisant pour chaque joueur

RÈGLE DU JEU

Le premier joueur lance les deux dés successivement : le premier dé indique le dénominateur, le second, le numérateur. Tous les élèves écrivent la fraction obtenue sur leur fiche et la complètent.

Deux possibilités : l'enseignant-e a donné un temps limité et les élèves doivent compléter un maximum de rubriques pendant cette durée ; ou le premier qui a complété toutes les rubriques annonce la fin du tour. Les joueurs marquent 1 point par réponse correcte (le groupe doit valider les réponses de chacun).